Carl B. Boyer

Historia de la matemática

Versión de Mariano Martínez Pérez

Alianza Editorial

Título original: *A History of Mathematics.*
Esta traducción al castellano ha sido autorizada por John Wiley & Sons, Inc.

Primera edición en «Alianza Universidad Textos»: 1986
Primera edición en «Manuales»: 1999
Octava reimpresión: 2022

Calle Juan Ignacio Luca de Tena, 15; 28027 Madrid
www.alianzaeditorial.es

PAPEL DE FIBRA CERTIFICADA

ISBN: 978-84-206-8186-3
Depósito legal: M. 39.835-2010
Printed in Spain

A la memoria de mis padres

Howard Franklin Boyer
y
Rebecca Catherine (Eisenhart) Boyer

PROLOGO

A lo largo de este siglo se han publicado numerosas historias de la matemática, muchas de ellas en inglés. Algunas son bastante recientes, tales como la de J. F. Scott, *A History of Mathematics*[1], y por lo tanto una obra nueva en este campo debería tener características que no estén presentes ya en los libros disponibles. En realidad, pocas de las historias a mano son verdaderos libros de texto, o por lo menos no lo son en el sentido americano del término, y desde luego la *History* de Scott no lo es. Parecía, pues, que había lugar para un nuevo libro, uno que se ajustara de manera más satisfactoria a mis propias preferencias, y posiblemente a las de otros.

La obra en dos volúmenes *History of Mathematics* por David Eugene Smith[2] fue escrita efectivamente «con el fin de suministrar a profesores y estudiantes un libro de texto utilizable sobre la historia de la matemática elemental», pero cubre un área demasiado extensa a un nivel matemático demasiado bajo para los modernos cursos de nivel de «college», y le faltan además problemas de tipos variados. El libro de Florian Cajori *History of Mathematics*[3] es aún una obra de referencia muy útil, pero no se adapta a la utilización en el aula, como tampoco el admirable *The Development of Mathematics*[4] de E. T. Bell. El libro de texto más adecuado y de mayor éxito hoy parece ser el de Howard Eves, *An Introduction to the History of Mathematics*[5], que he utilizado con considerable satisfacción por lo menos en una docena de cursos desde que se publicó por primera vez en 1953. En algunas ocasiones me he apartado de la ordenación de los temas en este libro, en un esfuerzo por conseguir un sentido realzado de la mentalidad histórica, y también he suplementado a veces el material con más referencias a las contribuciones de los siglos XVIII y XIX, utilizando para ello especialmente el libro de D. J. Struik *A Concise History of Mathematics*[6].

---

[1] Londres: Taylor and Francis, 1958.

[2] Boston: Ginn and Company, 1923-1925. Reeditado por Dover, New York.

[3] New York: Macmillan, 1931, 2.ª edición. Reeditado por Chelsea, New York.

[4] New York: McGraw-Hill, 1945, 2.ª edición. Hay traducción española en Fondo de Cultura Económica, México.

[5] New York: Saunders College Publishing, 1983, 5.ª edición.

[6] New York: Dover Publications, 1967, 3.ª edición. Hay traducción española editada en México.

El lector de este libro, sea simplemente un aficionado, un estudiante o un profesor que esté dando un curso sobre historia de la matemática, encontrará que el nivel de conocimientos matemáticos que se presuponen corresponden aproximadamente a los de un primer ciclo de una Facultad de Matemáticas, pero el material también puede ser estudiado con provecho por lectores con una preparación matemática más fuerte o más débil. Cada capítulo viene seguido por una lista de ejercicios clasificados aproximadamente en tres categorías. Los primeros de la lista consisten en cuestiones de tipo ensayo que tratan de comprobar la capacidad del lector para organizar y expresar con sus propias palabras el material que se ha discutido en ese capítulo. A continuación siguen algunos ejercicios relativamente fáciles que piden las demostraciones de algunos de los teoremas mencionados en el capítulo o su aplicación a situaciones variadas.

Por último, suele haber algunos ejercicios señalados con una estrella que o bien son más difíciles o bien exigen métodos especiales que pueden no ser conocidos por todos los estudiantes o todos los lectores. Los ejercicios no forman parte de ninguna manera de la exposición general, y el lector puede omitirlos sin pérdida de continuidad.

En el texto aparecen diseminadas aquí y allá referencias a notas de pie de página, generalmente bibliográficas, y a continuación de cada capítulo hay una lista de lecturas recomendadas. Se incluyen algunas referencias a la vasta literatura periódica disponible en este campo, porque creemos que ya no es demasiado temprano, a este nivel, para introducir a los estudiantes en la gran riqueza de material que puede encontrarse en las buenas bibliotecas. Las bibliotecas menores, de Facultad o de Universidad, probablemente no puedan suministrar todas estas fuentes, pero en cualquier caso es bueno que los estudiantes sean conscientes de que hay dominios del saber que están más allá de los confines de su propio «campus». También se incluyen referencias a obras en idiomas extranjeros, pese al hecho de que algunos estudiantes, esperemos que no muchos, pueden ser incapaces de leer ninguno de ellos. Aparte de suministrar importantes fuentes adicionales para los que conozcan algún otro idioma, a nivel de lectura al menos, la inclusión de referencias en otros idiomas puede ayudar a romper el provincianismo lingüístico que, a la manera de los avestruces, se refugia en la impresión errónea de que todo lo que vale la pena apareció publicado o ha sido traducido al inglés.

Este libro se distingue del texto disponible que más éxito ha tenido, y que ya hemos mencionado anteriormente, en una adhesión más estricta al orden cronológico de los hechos y en que subraya de una manera más enérgica los elementos puramente históricos. Siempre está presente la tentación de que, en una clase de historia de la matemática, la finalidad fundamental es la de enseñar matemática, y que, en consecuencia, cualquier desviación de las normas matemáticas usuales es un pecado mortal, mientras que un error histórico es simplemente venial.

Por lo que a mí respecta, debo decir que me he esforzado en evitar tal actitud, y la finalidad del libro es la de presentar la historia de la matemática con toda la fidelidad posible, no sólo en lo que se refiere a la estructura matemática y a la exactitud en sí, sino también a la perspectiva y al detalle históricos. Sería una verdadera locura esperar que en un libro de este tipo cada fecha y cada coma decimal sea absolutamente correcta. Es de esperar, sin embargo, que los errores e inadvertencias que hayan podido quedar después de las pruebas de imprenta no violenten el sentido de la historia, en un sentido amplio, ni la perspectiva correcta de los conceptos matemáticos. No podríamos subrayar todo lo enérgicamente que sería necesario el hecho de que este volumen único no pretende de ninguna manera presentar la historia de la matemática en su integridad. Tal empresa exigiría el esfuerzo concertado de todo un equipo análogo al que produjo el cuarto volumen de *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* de Moritz Cantor en 1908, avanzando la obra hasta el 1799. En una obra de ambiciones más modestas como ésta, el autor debe juzgar cuidadosamente a la hora de decidir la selección de los materiales que va a incluir, resistiéndose, aunque de mala gana, a la tentación natural de citar la obra de todo matemático que haya contribuido al desarrollo de su ciencia de una manera más o menos importante; raro será el lector que no note aquí y allá lo que puede considerar como omisiones excesivas. En particular, el último capítulo sólo intenta apuntar a algunas de las características más notables del siglo XX. En este campo de la historia de la matemática, probablemente lo que más sería de desear es que apareciera un nuevo Felix Klein que llevara a cabo con respecto a nuestro siglo el mismo proyecto que Klein ensayó para el siglo XIX, pero que no vivió lo suficiente como para darle fin.

Una obra publicada es en cierto sentido como un iceberg, porque lo que es visible es sólo una pequeña parte del total. Ningún libro sale a la luz hasta que el autor ha prodigado en él generosamente su tiempo, y hasta que ha recibido ánimo y apoyo de otros, demasiado numerosos para poderlos mencionar individualmente. Las deudas comienzan, en mi caso, con los muchos estudiantes entusiastas a los que he enseñado la historia de la matemática, principalmente en el Brooklyn College, pero también en la Yeshiva University, la Universidad de Michigan, la Universidad de California (Berkeley) y la Universidad de Kansas. En la Universidad de Michigan, gracias principalmente al interés del profesor Phillip S. Jones, en el Brooklyn College, gracias a la ayuda del Decano Walter H. Mais y de los profesores Samuel Borofsky y James Singer, tuve la ocasión de ver reducidas mis tareas pedagógicas para poder trabajar en el manuscrito de este libro. Amigos y colegas procedentes del campo de la historia de la matemática, entre los que se cuentan el profesor Dirk J. Struik, del Massachusetts Institute of Technology; el profesor Kenneth O. May, de la Universidad de Toronto; el profesor Howard Eves, de la Universidad de Maine, y el profesor Morris Kline, de la Universidad de New York, han hecho muchas observaciones útiles durante la preparación del libro, observaciones que agradecemos mucho. Los materiales que aparecen en libros y artículos de otros autores los hemos expropiado libremente, con escasos reconocimientos aparte de una fría referencia bibliográfica, y quiero aprovechar la ocasión, por lo tanto, para expresar a todos estos autores mi más calurosa gratitud. Tanto las bibliotecas como los editores han sido de gran ayuda al suministrar información e ilustraciones necesarias en el texto; ha sido, en particular, un placer el trabajar con el equipo de la editorial John Wiley and Sons. El mecanografiado de la copia final, así como de gran parte del difícil manuscrito preliminar, fue llevado a cabo con gran esmero y sin perder el buen humor por Mrs. Hazel Stanley de Lawrence, Kansas. Por último, tengo que expresar mi más profunda gratitud a mi comprensiva esposa, Dr. Marjorie N. Boyer, por su paciencia al tolerar la desorganización provocada por el nacimiento de otro libro aún en la familia.

Brooklyn, New York
Enero 1968

CARL B. BOYER

INDICE

Capítulo I
LOS ORIGENES PRIMITIVOS

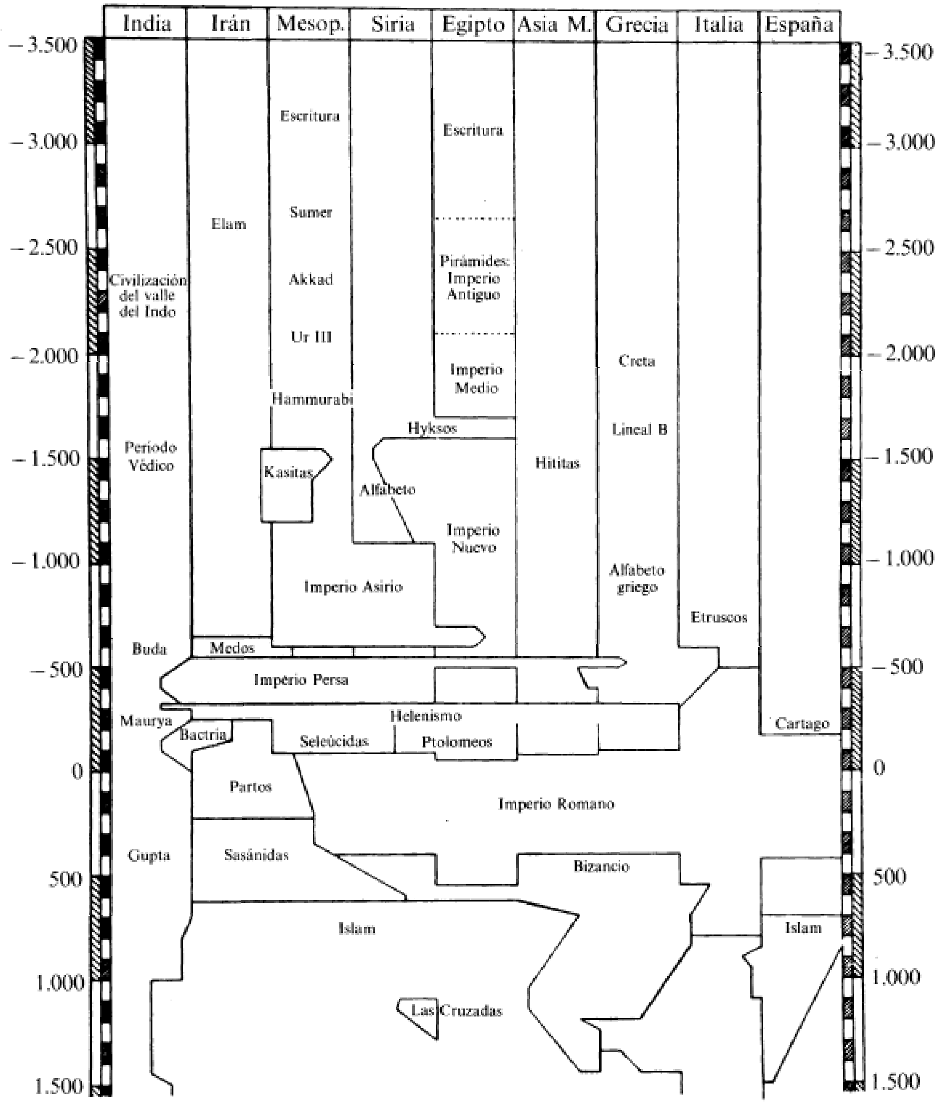
> ¿Has traído ante mí a un hombre que no sabe contar sus dedos?
>
> Del *Libro de los Muertos*

1. El concepto de número

Los matemáticos del siglo XX llevan a cabo una actividad intelectual muy sofisticada que no resulta fácil de definir, pero una gran parte de lo que hoy se conoce como matemática es el resultado de un pensamiento que originalmente se centró en los conceptos de número, magnitud y forma. Las definiciones de la matemática al estilo antiguo, tales como la de que es «la ciencia del número y de la magnitud», ya no son válidas hoy, pero sí sugieren los orígenes que han tenido las diversas ramas de la matemática. Las nociones primitivas relacionadas con los conceptos de número, magnitud y forma se pueden hacer remontar a los primeros días de la raza humana, e incluso pueden encontrarse ya indicios de conceptos matemáticos en formas de vida que probablemente han precedido en muchos millones de años al género humano. Darwin, en su *Descent of Man* (1871), hace notar que algunos de los animales superiores tienen facultades tales como memoria y alguna forma de imaginación, y actualmente resulta incluso más claro que la capacidad para distinguir número, tamaño, orden y forma, aspectos rudimentarios todos ellos de un cierto sentido matemático, no son propiedad exclusiva del género humano. Experimentos llevados a cabo con cuervos y cornejas, por ejemplo, han demostrado que por lo menos algunos pàjaros pueden distinguir entre conjuntos que contengan hasta cuatro elementos[1]. Una cierta conciencia de las diferencias de formas que se hallan en su medio ambiente se presenta de una manera clara en muchos organismos inferiores, y todo esto tiene ya cierta afinidad con el interés del matemático por la forma y la idea de relación.

Durante un cierto tiempo se pensó que la matemática se refería directamente al mundo de nuestra experiencia sensible, y sólo en el siglo XIX se liberó la matemática pura de las limitaciones que implican las observaciones de la naturaleza. Está totalmente claro, no obstante, que la matemática apareció originariamente como parte de la vida diaria del hombre, y si es válido el principio biológico de la «supervivencia de los mejor adaptados», entonces la supervivencia

[1] Véase Levi Conant, *The Number Concept. Its Origin and Development* (1923). Cf. H. Kalmus, «Animals as Mathematicians», *Nature*, 202 (1964), págs. 1156-1160.



Esquema cronológico que representa el desarrollo de algunas civilizaciones antiguas y medievales. (Reproducido, con permiso, de O. Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity*.)

de la raza humana probablemente no deja de estar relacionada con el desarrollo de conceptos matemáticos por el hombre. En un principio, las nociones primitivas de número, magnitud y forma pueden haber estado relacionadas más bien con diferencias y contrastes que con semejanzas, tales como son la diferencia entre un lobo y muchos, la desigualdad en tamaño entre un pececillo y una ballena, el contraste entre la redondez de la luna y la derechura de un pino. Después, y de una manera gradual, debe haber surgido, a partir de la confusión de un gran número de experiencias desordenadas, la constatación de que hay ciertas igualdades o semejanzas, y de esta conciencia de las semejanzas, tanto en el número como en la forma, nacieron la matemática y la ciencia en general. Las diferencias mismas parecen estar apuntando ya a las semejanzas, puesto que el contraste que se observa entre un lobo y muchos, entre una oveja y un rebaño, entre un árbol y un bosque, viene a sugerir que un lobo, una oveja y un árbol tienen algo en común, su unidad. De la misma manera puede uno llegar a darse cuenta de que algunos otros grupos de cosas, como son los pares, pueden ponerse en correspondencia biunívoca: las manos pueden emparejarse con los pies, con los ojos, con las orejas o con los agujeros de la nariz. Este reconocimiento de una propiedad abstracta que tienen en común ciertos grupos, y a la que nosotros llamamos número, representa ya una importante etapa en el camino hacia la matemática moderna. Es completamente improbable que un descubrimiento como éste haya sido la obra de un hombre individual ni de una única tribu; más probablemente debió ser una especie de conciencia gradual que pudo haberse producido dentro del desarrollo cultural humano tan tempranamente al menos como el uso del fuego, hace unos 400.000 años probablemente. El hecho de que el desarrollo del concepto de número fue efectivamente un largo y lento proceso viene sugerido por el dato de que algunas lenguas, incluido el griego, han conservado en su gramática una distinción tripartita entre uno, dos y más de dos, mientras que la mayor parte de las lenguas actuales hacen sólo la distinción dual en el «número» gramatical entre singular y plural. Evidentemente nuestros antepasados muy primitivos contaban al principio sólo hasta dos, y cualquier conjunto que sobrepasara este nivel quedaba degradado a la condición de «muchos». Hay todavía en la actualidad muchos pueblos primitivos que cuentan objetos reuniéndolos en grupos de dos objetos cada uno.

2. Bases de numeración primitivas

La conciencia del número se hizo al fin lo suficientemente extendida y clara como para que se llegase a sentir la necesidad de expresar esta propiedad de alguna manera, al principio presumiblemente sólo en un lenguaje simbólico. Los dedos de la mano pueden usarse fácilmente para representar un conjunto de dos, tres, cuatro o cinco objetos, y si no de uno, ello fue debido a que el número uno no era reconocido generalmente al principio como un «verdadero número». Por medio de los dedos de las dos manos se podían representar colecciones de hasta diez elementos, y usando los dedos de manos y pies podía uno remontarse hasta veinte. Cuando el uso de los dedos resultaba ya inadecuado, podían utilizarse pequeños montones de piedras para representar una correspondencia biunívoca con los elementos de otro conjunto, y cuando el hombre primitivo empleaba este sistema de representación, a menudo amontonaba las piedras por grupos de cinco, debido a que antes se había familiarizado con los quíntuplos de objetos por observación de su propia mano o pie. Como hizo observar Aristóteles hace ya largo tiempo, lo extendido que se halla actualmente el uso del sistema decimal no es sino la consecuencia del accidente anatómico de que la mayor parte de nosotros nacemos con diez dedos en las manos y otros diez en los pies. Desde un punto de vista estrictamente matemático resulta en cierto modo un inconveniente el que el hombre de Cro-Magnon y sus descendientes no tuvieran o bien cuatro o seis dedos en cada mano.

Aunque históricamente el hecho de contar con los dedos, es decir, la práctica de contar de cinco en cinco o de diez en diez, parece haber hecho acto de presencia más tarde que la de contar de dos en dos y de tres en tres, sin embargo los sistemas quinario y decimal desplazaron de una manera casi invariable a los esquemas binario y ternario. Un estudio hecho sobre varios cientos de tribus de indios norteamericanos, por poner un ejemplo, ha demostrado que casi un tercio de ellas usaban la base decimal, y aproximadamente otro tercio había adoptado un sistema quinario o quinario-decimal; menos de un tercio tenía un esquema binario, y los que utilizaban un sistema ternario constituían menos del 1 por 100 del grupo estudiado. El sistema vigesimal, con una base igual a 20, se presentaba en un 10 por 100 aproximadamente de las tribus[2].

Los montones de piedras constituyen un mecanismo demasiado efímero para conservar información, y en vista de ello el hombre prehistórico a veces registraba un número cortando muescas en un palo o en un trozo de hueso. Pocos de estos testimonios se han conservado hasta hoy, pero en Checoslovaquia se descubrió un hueso procedente de un cachorro de lobo, en el que aparecen 55 incisiones bastante profundas distribuidas en dos series, la primera con 25 y la segunda con 30, y en cada serie las incisiones están distribuidas en grupos de cinco. Los descubrimientos arqueológicos tales como éste nos suministran la evidencia de que la idea de número es mucho más antigua que los descubrimientos tecnológicos, tales como el uso de los metales o de los vehículos de ruedas; es ampliamente anterior a la civilización y a la escritura, tal como se las entiende usualmente, ya que los utensilios con significado numérico tales como el hueso que hemos descrito han sobrevivido de un período de hace unos 30.000 años. Se puede encontrar un elemento de evidencia adicional acerca de las primitivas ideas numéricas del hombre en nuestro lenguaje diario; parece seguro, por ejemplo, que nuestras palabras «once» y «doce» significaron originalmente «uno más» y «dos más», respectivamente, indicando una primitiva dominancia del concepto decimal. Sin embargo, se ha sugerido también que posiblemente la palabra indogermánica para «ocho» se derivaba de una forma dual para «cuatro», y que el nombre latino *novem* para «nueve» puede estar relacionado con *novus* (nuevo), en el sentido de que era el comienzo de una nueva secuencia. Probablemente estas palabras puedan interpretarse en el sentido de sugerir la persistencia de una escala cuaternaria u octonaria durante algún tiempo, de la misma manera que el *quatre-vingt* francés de hoy aparece como un vestigio de un sistema vigesimal antiguo.

3. El lenguaje numérico y los orígenes de la numeración

Lo que distingue de manera más notable al hombre del resto de los animales es el lenguaje articulado, lenguaje cuyo desarrollo fue esencial para el nacimiento del

[2] W. C. Eels, «Number Systems of North American Indians», *American Mathematical Monthly*, 20 (1913), pág. 263. Véase también D. J. Struik, «Stone Age Mathematics», *Scientific American*, 179 (diciembre 1948), págs. 44-49.

pensamiento matemático abstracto. Sin embargo, las palabras para expresar ideas numéricas aparecieron muy lentamente; los *signos* para representar números precedieron con toda probabilidad a las *palabras* para representar números, simplemente porque es mucho más fácil cortar muescas en un palo que establecer una frase bien modulada para identificar un número concreto. Si el problema del lenguaje no hubiera sido tan difícil, los sistemas rivales del sistema decimal podrían haber hecho mayores progresos. La base cinco, por ejemplo, fue una de las primeras en dejar tras ella alguna evidencia escrita tangible, pero para la época en que el lenguaje se formalizó ya de una manera completa, el diez le había ganado la partida. Las lenguas modernas están construidas casi sin excepción sobre la base de numeración diez, de manera que un número como el diecisiete, por ejemplo, no se describe como cinco y cinco y cinco y dos, sino como diez y siete. La tardanza, a lo largo del desarrollo del lenguaje, en conseguir cubrir abstracciones tales como el número, se puede ver claramente también en el hecho de que las expresiones verbales numéricas primitivas se refieren invariablemente a colecciones específicas concretas, tales como «dos peces» o «dos mazas» en vez de simplemente «dos», y sólo más tarde alguna de esas frases se vería adoptada de una manera convencional para representar a todos los conjuntos de dos objetos. La tendencia natural del lenguaje a desarrollarse de lo concreto a lo abstracto se ve en muchas medidas de longitud actuales (las de origen antiguo, no las decimales): la talla de un caballo puede medirse en «palmos», y las palabras «pie», «codo», «pulgada», «vara», se han derivado en muchos casos, por ejemplo, de partes del cuerpo humano fáciles de utilizar como unidades de medida.

Los miles de años que necesitó el hombre para extraer los conceptos abstractos de situaciones concretas repetidas son testigo de las dificultades que se han debido encontrar y superar para establecer unas bases, incluso muy primitivas, para la matemática. Además, todavía hay una gran cantidad de cuestiones sin respuesta relativas al origen de la matemática; usualmente se supone que esta ciencia apareció para responder a necesidades prácticas del hombre, pero hay estudios antropológicos que sugieren la posibilidad de un origen alternativo. Se ha sugerido[3] que el arte de contar pudo aparecer en conexión con ciertos rituales religiosos primitivos y que el aspecto ordinal precedió al concepto cuantitativo. En los ritos ceremoniales que escenifican los mitos de la creación era necesario llamar a los participantes a escena en un orden preciso y determinado, y quizá la numeración se inventó para resolver este problema. Si son correctas las teorías del origen ritual de la numeración, entonces el concepto de número ordinal puede haber precedido al de número cardinal. Por otra parte, un origen de este tipo tendería a apuntar a la posibilidad de que la numeración surgiera en un origen local único, para extenderse después a otros lugares de la tierra. Este punto de vista, aunque está aún lejos de estar bien establecido, estaría en armonía con la división ritual de los números enteros en pares e impares, considerando a los primeros como femeninos y a los segundos como masculinos; clasificaciones de este tipo fueron conocidas por las civilizaciones de todos los rincones de la tierra, y los

[3] Véase A. Seidenberg, «The Ritual Origin of Counting», *Archive for History of Esact Sciences*, 2 (1962), págs. 1-40.

mitos relativos a los números machos y hembras han tenido una persistencia muy notable.

El concepto de número natural es uno de los más antiguos de la matemática, y sus orígenes se pierden entre la bruma de la antigüedad prehistórica. El concepto de fracción racional, en cambio, se desarrolló relativamente tarde y, en general, no estuvo estrechamente relacionado con el sistema elaborado por el hombre para los enteros. Entre las tribus primitivas no parece haber existido prácticamente ninguna necesidad de usar fracciones; para las necesidades cuantitativas usuales el hombre puede elegir, en la práctica, unidades lo suficientemente pequeñas como para evitar la necesidad de usar fracciones. Y, por lo tanto, no hubo tampoco un progreso ordenado y lineal de las fracciones binarias a las quinarias y finalmente a las decimales, sino que los decimales fueron esencialmente producto de la época moderna de la matemática y no del período antiguo.

4. El origen de la geometría

Las afirmaciones que se hagan acerca de los orígenes de la matemática, ya sea de la aritmética o de la geometría, serán necesariamente arriesgadas y conjeturales, ya que, en cualquier caso, los orígenes de esta materia son más antiguos que el arte de la escritura. Sólo durante la última media docena de milenios, de un largo proceso que puede haber cubierto miles de milenios, ha sido capaz el hombre de poner por escrito sus pensamientos y aquello que quería dejar registrado. Así pues, en lo que se refiere a los datos correspondientes a la época prehistórica, nos vemos obligados a depender de interpretaciones que se basan en los pocos utensilios que se han conservado, de la evidencia que puede suministrar la antropología actual y de la extrapolación conjetural hacia atrás hecha a partir de los documentos que se han conservado. Herodoto y Aristóteles no querían arriesgarse a situar los orígenes de la geometría en una época anterior a la de la civilización egipcia, pero está claro que la geometría en la que ellos pensaban tenía sus raíces en una antigüedad mucho mayor. Herodoto sostenía que la geometría se había originado en Egipto, porque creía que dicha materia había surgido allí a partir de la necesidad práctica de volver a trazar las lindes de las tierras después de la inundación anual del valle del río Nilo. Aristóteles sostenía en cambio que el cultivo y desarrollo de la geometría en Egipto se había visto impulsado por la existencia allí de una amplia clase sacerdotal ociosa. Nosotros podemos considerar que los puntos de vista de Herodoto y de Aristóteles representan dos teorías opuestas acerca de los orígenes de la matemática, la primera defendiendo un origen basado en una necesidad práctica, y la segunda un origen basado en el ocio y el ritual sacerdotal. El hecho de que a los geómetras egipcios se les llamase a veces «los tensadores de la cuerda» (o agrimensores) se puede utilizar para apoyar cualquiera de las dos teorías, porque las cuerdas se usaron indudablemente tanto para bosquejar los planos de los templos como para reconstruir las fronteras borradas entre los terrenos. No podemos rechazar con seguridad ni la teoría de Herodoto ni la de Aristóteles sobre los motivos que condujeron a la matemática, pero lo que sí está bien claro es que los dos subestimaron la edad de dicha ciencia. El hombre neolítico puede haber disfrutado de escaso tiempo de ocio y haber tenido pocas necesidades de utilizar la agrimensura, y sin embargo sus dibujos y diseños revelan un interés en las relaciones espaciales que prepararon el camino a la geometría. La alfarería, la cestería y los tejidos muestran en sus dibujos ejemplos de congruencias y simetrías que son en esencia partes de la geometría elemental. Además, ciertas sucesiones sencillas de diseños, tales como el de la figura 1.1, sugieren una especie de teoría de

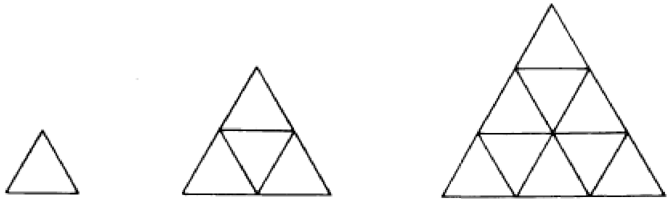


Figura 1.1

grupos aplicada, así como también algunas proposiciones geométricas y aritméticas. El dibujo permite ver inmediatamente que las áreas de los triángulos están entre sí como los cuadrados de sus lados, o bien, contando los triángulos, que las sumas de los números impares consecutivos, empezando por el uno, son todas ellas cuadrados perfectos. No hay documentos disponibles de la época prehistórica, y por lo tanto es imposible seguir la pista a la evolución de la matemática de un diseño concreto a un teorema conocido, pero no obstante las ideas son como esporas muy resistentes, y a veces el presunto origen de un concepto puede no ser más que la reaparición de una idea mucho más antigua que había permanecido en estado latente.

El interés del hombre prehistórico por los diseños y las relaciones espaciales puede haber surgido de su sentido estético, para disfrutar de la belleza de la forma, motivo que también anima frecuentemente al matemático actual. Nos gustaría pensar que por lo menos algunos de los geómetras primitivos realizaba su trabajo sólo por el puro placer de hacer matemáticas y no como una ayuda práctica para la medición, pero hay otras alternativas. Una de ellas es la de que la geometría, lo mismo que la numeración, tuviera su origen en ciertas prácticas rituales primitivas. Los resultados geométricos más antiguos descubiertos en la India constituyen lo que se llamó los *Sulvasutras* o «reglas de la cuerda»; se trata de relaciones muy sencillas que al parecer se utilizaban en la construcción de altares y de templos. Se suele pensar que las motivaciones geométricas de los «tensadores de la cuerda» en Egipto eran más prácticas que las de sus colegas en la India, pero se ha sugerido[4] que ambas geometrías, tanto la egipcia como la hindú, pudieron derivarse de una fuente común, una especie de protogeometría que estaría relacionada con algunos ritos primitivos más o menos de la misma manera en que la ciencia se desarrolló a partir de la mitología y la filosofía de la teología. Debemos tener presente, sin

[4] A. Seidenberg, «The Ritual Origin of Geometry», *Archive for History of Exact Sciences*, 1 (1962), págs. 488-527.